

УДК 626/627

DOI: 10.31774/2658-7890-2020-3-82-97

В. Ф. Сильченко, А. И. Тищенко

Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск,
Российская Федерация

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАСХОДА ВОДЫ ЧЕРЕЗ ПРОТИВОФИЛЬТРАЦИОННУЮ ЗАВЕСУ

Цель: определение фильтрационного расхода осветленного потока воды, прошедшего через фильтрующее окно противofильтрационного элемента «стена в грунте». **Материалы и методы:** нами выполнен обзор литературных источников и анализ формул для определения расхода (Q , м³/сут) осветленного потока, прошедшего через фильтрующее окно противofильтрационного элемента, который дал возможность назначить основные факторы, участвующие в определении максимального значения расхода осветленного потока. В качестве материала были использованы данные лабораторных исследований с помощью метода электрогидродинамических аналогий. Обработка полученных данных производилась с помощью метода математической статистики с применением электронного микрокалькулятора. Используя методы теорий размерности и подобия, получили функциональную зависимость, состоящую из безразмерных комбинаций, включающих в себя все установленные факторы, от которых зависит расход фильтрационного потока. **Результаты:** полученные безразмерные комбинации были использованы для создания греко-латинского квадрата, на основании его согласно теории планирования эксперимента построили графики зависимостей относительно фильтрационного расхода воды, аппроксимировав которые, определили коэффициенты к независимым переменным, а также получили квадратичное уравнение зависимости искомого безразмерного параметра в функции от заданных начальных условий. **Выводы:** применение теорий размерности и подобия позволило первоначальную функциональную зависимость из 11 факторов сократить до пяти безразмерных комбинаций. Применяв теорию планирования эксперимента, получили уравнение для определения искомого фактора – фильтрационного расхода.

Ключевые слова: планирование эксперимента; коэффициент фильтрации; противofильтрационная завеса; расход; загрязненный поток; греко-латинский квадрат.

V. F. Silchenko, A. I. Tishchenko

Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk,
Russian Federation

EXPERIMENTAL DESIGN THEORY APPLICATION FOR DETERMINING WATER DISCHARGE THROUGH IMPERVIOUS GROUTING

Purpose: determining seepage discharge of the clarified water flow passing through the filter window of the anti-filtration element “diaphragm wall”. **Materials and methods:** the literature sources were reviewed and formulas for determining the discharge (Q , m³ per day) of the clarified water flow passing through the filter window of the antifiltration element were analyzed, which made it possible to identify the main factors involved in determining the maximum value of the clarified flow discharge. The laboratory study data were used with



method of electrohydrodynamic analogies as a material. The processing of the obtained data was carried out applying the mathematical statistics method with an electronic microcalculator. Using the methods of dimension and similarity theories, a functional dependence consisting of dimensionless combinations that include all determined factors on which the filtration flow seepage discharge depends was obtained. **Result:** the obtained dimensionless combinations were used to create a Greek-Latin square, on the basis of which according to the theory of experimental design, the dependences of the relative seepage discharge were plotted, after their approximating the coefficients to independent variables were determined, and also a quadratic equation for the dependence of the desired dimensionless parameter in functions of given initial conditions was obtained. **Conclusions:** the application of dimension and similarity theories allowed reducing the initial functional dependence of 11 factors to five dimensionless combinations. Applying the theory of experimental design, an equation to determine the desired factor – seepage discharge was obtained.

Key words: experiment design; filtration coefficient; impervious grouting; discharge; polluted flow; Greek-Latin square.

Введение. Статья содержит результаты лабораторных исследований противofiltrационных конструкционных элементов, которые размещаются в основании ГТС с целью обеспечения противofiltrационной безопасности, как фактора экологической безопасности. Обзор литературных источников [1–5] и анализ зависимостей для определения фильтрации через противofiltrационные устройства составили цель исследований – определение расхода (Q , м³/сут) осветленного потока, прошедшего через фильтрующее окно противofiltrационного элемента, выполненного по типу «стена в грунте». Основными факторами, участвующими в определении максимального значения расхода, являются: площадь входного сечения грунта для пропуска загрязненного потока $\omega_{\text{вх}}$, м²; толщина слоя фильтрующего грунта t , м; сила тяжести G , Н; коэффициент фильтрации слоя грунта $k_{\text{ф}}$, м/сут; расстояние до основания фильтрующего окна L , м; площадь поперечного сечения фильтрующего окна $\omega_{\text{ок}}$, м²; ширина фильтрующего окна в противofiltrационной завесе b , м; градиент фильтрации J (безразмерная величина); плотность суглинка среднего ρ , Н/м³; ускорение силы тяжести g , м/с².

В результате получим функциональную зависимость в виде:

$$Q = f(\omega_{\text{вх}}, t, G, k_{\text{ф}}, L, \omega_{\text{ок}}, b, J, \rho, g). \quad (1)$$

Согласно теории размерностей, в уравнении (1) присвоим показатели

степени каждому фактору правой части зависимости (1). В результате чего уравнение (1) получит вид:

$$Q = f \left[J, (\omega_{\text{вх}})^a, t^b, G^c, (k_{\phi})^d, L^e, (\omega_{\text{ок}})^f, b^g, \rho^h, g^k \right], \quad (2)$$

где $a, b, c, d, e, f, g, h, k$ – безразмерные показатели степени, присвоенные факторам. Присвоив каждому фактору его размерность, получим:

$$\frac{L^3}{T} = [L^2]^a [L]^b [M]^c \left[\frac{L}{T} \right]^d [L]^e [L^2]^f [L]^g \left[\frac{M}{L^3} \right]^h \left[\frac{L}{T^2} \right]^k. \quad (3)$$

Используя основные размерности массы, длины и времени, определим уравнения для показателей степени: для массы $M : c + h = 0$; для длины $L : 2a + b + d + e + 2f + g - 3h + k = 3$; для времени $T : -d - 2k = 1$.

Решив исключить показатели b, c, d , выразив их через остальные показатели степени, найдем $b = 4 + 3h - 2a + k - e - 2f - g$; $c = -h$; $d = -1 - 2k$. Полученные значения показателей подставим в уравнение (3), выразив искомый фактор расхода Q в следующем виде:

$$Q = f \left[J, (\omega_{\text{вх}})^a, t^{4+3h-2a+k-e-2f-g}, G^{-h}, k_{\phi}^{-1-2k}, L^e, (\omega_{\text{ок}})^f, b^g, \rho^h, g^k \right].$$

Чтобы получить безразмерные комбинации, объединим переменные факторы с одинаковыми показателями степени:

$$\frac{Q \cdot L \cdot b}{t^4 \cdot k_{\phi}} = f \left[(J) \left(\frac{\omega_{\text{вх}}}{t^2} \right)^a \left(\frac{G}{\rho \cdot t^3} \right)^c \left(\frac{k_{\phi}^2 \cdot t}{\omega_{\text{ок}} g} \right)^d \right]. \quad (4)$$

Применив теорию размерностей, функциональную зависимость (1) мы представили в критериальном виде с четырьмя безразмерными параметрами в правой части. Количество факторов, оказывающих влияние на величину расхода осветленного потока воды, уменьшилось с 10 до четырех, тем не менее функциональная зависимость (4) остается еще многофакторной. Для проведения эксперимента с каждым членом правой части уравнения (4) необходимо выполнить значительное число опытов, которое можно сократить, применив планирование эксперимента.

Материалы и методы. В качестве материала были использованы

данные лабораторных исследований с помощью метода электрогидродинамических аналогий. Обработка полученных данных производилась с помощью метода математической статистики с применением электронного микрокалькулятора. Используя методы теорий размерности и подобия, получили функциональную зависимость, состоящую из безразмерных комбинаций, включающих в себя все установленные факторы, от которых зависит расход фильтрационного потока. Воспользовавшись равенством (4), применим этот метод, обозначив безразмерные комплексы в обеих частях следующим образом:

$$R = \frac{Q \cdot L \cdot b}{t^4 \cdot k_\phi}, \quad X = J, \quad Y = \left(\frac{\omega_{\text{вх}}}{t^2} \right)^a, \quad Z = \left(\frac{G}{\rho \cdot t^3} \right)^c, \quad W = \left(\frac{k_\phi^2 \cdot t}{\omega_{\text{окг}}} \right)^d, \quad (5)$$

где R – безразмерный параметр искомой зависимой переменной (относительный расход фильтрационного потока);

X – параметр градиента напора;

Y – относительная площадь входа;

Z – безразмерная масса слоя фильтрующего грунта;

W – безразмерный параметр фильтрационного потока под действием сил тяжести.

На основании этого можно отметить, что уравнение (4) выражает произведение нескольких функций независимых друг от друга переменных:

$$R = \varphi_1(X) \varphi_2(Y) \varphi_3(Z) \varphi_4(W). \quad (6)$$

Выражение (6) «...относится к общему соотношению второго класса [4], допускающему применение факторных экспериментов».

Уравнение (6) может быть применено к экспериментам самого различного рода, чем объясняется его удобство. Это уравнение включает выражение, которое применяется при использовании теории размерностей в виде:

$$R = f(X^a Y^b Z^c W^d),$$

и для получения ряда других сложных зависимостей.

Приняв эти рассуждения за основу данных исследований, нашли

значения зависимого переменного R в функции от каждого параметра правой части зависимости (6) с нахождением антилогарифмов:

$$R_x = kf_1(X), R_y = k' f_2(Y), R_z = k'' f_3(Z), R_w = k''' f_4(W), \quad (7)$$

где R_x, R_y, R_z и R_w – антилогарифмы от $\frac{\sum \lg R_x}{n}, \frac{\sum \lg R_y}{n}, \frac{\sum \lg R_z}{n}$ и $\frac{\sum \lg R_w}{n}$;

k, k', k'', k''' – коэффициенты, которые составляются из значений Y, Z и W , исключаемых при применении греко-латинского квадрата;

$f_1(X), f_2(Y), f_3(Z), f_4(W)$ – функции переменных X, Y, Z, W .

Разрешив функциональные зависимости (7) относительно функций $f_1(X), f_2(Y), f_3(Z), f_4(W)$ и подставив их в формулу (6), получим:

$$R = K(R_x) \cdot (R_y) \cdot (R_z) \cdot (R_w), \quad (8)$$

где $K = (kk'k''k''')^{-1}$.

При сбалансированном эксперименте три независимые переменные в факторном плане были взяты на четырех уровнях, и греко-латинский квадрат получил вид следующей матрицы:

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
X_4	$Z_1 W_1$	$Z_2 W_2$	$Z_3 W_3$	$Z_4 W_4$
X_3	$Z_2 W_2$	$Z_1 W_1$	$Z_4 W_4$	$Z_3 W_3$
X_2	$Z_3 W_3$	$Z_4 W_4$	$Z_1 W_1$	$Z_2 W_2$
X_1	$Z_4 W_4$	$Z_3 W_3$	$Z_2 W_2$	$Z_1 W_1$

В результате регрессионная модель представилась в виде функции:

$$R = b_0 + b_1 X + b_2 Y + b_3 ZW + b_4 XY + b_5 X(ZW) + b_6 Y(ZW) + b_7 XY(ZW). \quad (9)$$

Параметры X, Y, Z и W данной зависимости, а также коэффициенты b_0, \dots, b_7 определяются в процессе экспериментальных исследований.

Результаты и обсуждение. Опыты настоящих исследований проводились лабораторным методом электрогидродинамических аналогий (ЭГДА) [6]. Согласно лабораторным данным факторы, входящие в функциональную зависимость (2), варьировались в пределах, представленных ниже: градиент фильтрации $J = 0,39 \dots 0,42$; площадь входного отверстия $\omega_{\text{вх}} = 18 \dots 20 \text{ м}^2$; толщина слоя фильтрующего грунта

$t = 4,5 \dots 5,0$ м; вес грунта $G = 5842 \dots 7668$ кН; коэффициент фильтрации $k_{\phi} = 5,7 \cdot 10^{-8} \dots 4,63 \cdot 10^{-6}$ м/с; $L = 11,5 \dots 12,0$ м; площадь сечения окна $\omega_{ок} = 0,3 \dots 0,5$ м²; ширина окна $b = 0,3 \dots 0,5$ м; плотность грунта $\rho = 25,4 \dots 28,4$ кН/м³; ускорение сил тяжести $g = 9,81$ м/с².

Для выполнения экспериментальных опытов был принят план эксперимента с квадратом 4×4 . В результате безразмерные параметры правой части равенства (5) получили следующие значения:

$$X = J = 0,39 - 0,42, Y = \left(\frac{\omega_{вх}}{t^2} \right) = 3,6 - 4,44,$$

$$Z = \left(\frac{G}{\rho \cdot t^3} \right) = 1,65 - 2,96, W = \left(\frac{k_{\phi}^2 \cdot t}{\omega_{ок} g} \right) = 2,98 \cdot 10^{-15} - 3,64 \cdot 10^{-11}.$$

На основании этого получен греко-латинский квадрат (таблица 1).

Таблица 1 – План проведения опытов на четырех уровнях варьирования переменными в формуле (5)

Градиент напора X	Относительная площадь входа Y			
	3,60	3,88	4,16	4,44
Относительный фильтрационный массив ZW				
0,39	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	$2,54 \cdot 10^{-11}$	$6,14 \cdot 10^{-11}$	$8,59 \cdot 10^{-11}$
0,40	$2,54 \cdot 10^{-11}$	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	$8,59 \cdot 10^{-11}$	$6,14 \cdot 10^{-11}$
0,41	$6,14 \cdot 10^{-11}$	$8,59 \cdot 10^{-11}$	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	$2,54 \cdot 10^{-11}$
0,42	$8,59 \cdot 10^{-11}$	$6,14 \cdot 10^{-11}$	$2,54 \cdot 10^{-11}$	$0,0003 \cdot 10^{-11}$

На основании выполненных опытов при назначенных 16 вариантах условий по экспериментальным данным (таблица 2) составлен квадрат, в который входят значения зависимой переменной R , обозначающей отно-

сительный расход $R = \frac{Q \cdot L \cdot b}{t^4 \cdot k_{\phi}}$ (таблица 3).

Для получения числовых значений относительных фильтрационных расходов в зависимости от факторов, вошедших в формулу (5), по полученным данным квадрата зависимой переменной $R = \frac{Q \cdot L \cdot b}{t^4 \cdot k_{\phi}}$ следует оп-ределить средний логарифм, а затем найти антилогарифм, применив сле-дующую схему (рисунок 1).

Таблица 2 – Значения параметров к формуле (5) по опытным данным

Уровень варьирования	$X = J$	$Y = \left(\frac{\omega_{\text{ВХ}}}{t} \right)$	$ZW = \frac{G}{\rho \cdot t^3} \frac{k_{\phi}^2 \cdot t}{\omega_{\text{окг}} g}$	$R = \frac{Q \cdot L \cdot b}{t^4 \cdot k_{\phi}}$
1	0,42	3,60	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,00038
2	0,42	3,88	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,01145
3	0,42	4,16	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,02310
4	0,42	4,44	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,0420
5	0,41	3,60	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,00033
6	0,41	3,88	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,01001
7	0,41	4,16	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,02019
8	0,41	4,44	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,0367
9	0,40	3,60	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,00028
10	0,40	3,88	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,00847
11	0,40	4,16	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,01709
12	0,40	4,44	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,0311
13	0,39	3,60	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,00023
14	0,39	3,88	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,00687
15	0,39	4,16	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,01386
16	0,39	4,44	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,0252

Таблица 3 – Результаты данных зависимой переменной R

0,00038	0,01145	0,02310	0,0420
0,00033	0,01001	0,02019	0,0367
0,00028	0,00847	0,01709	0,0311
0,00023	0,00687	0,01386	0,0252

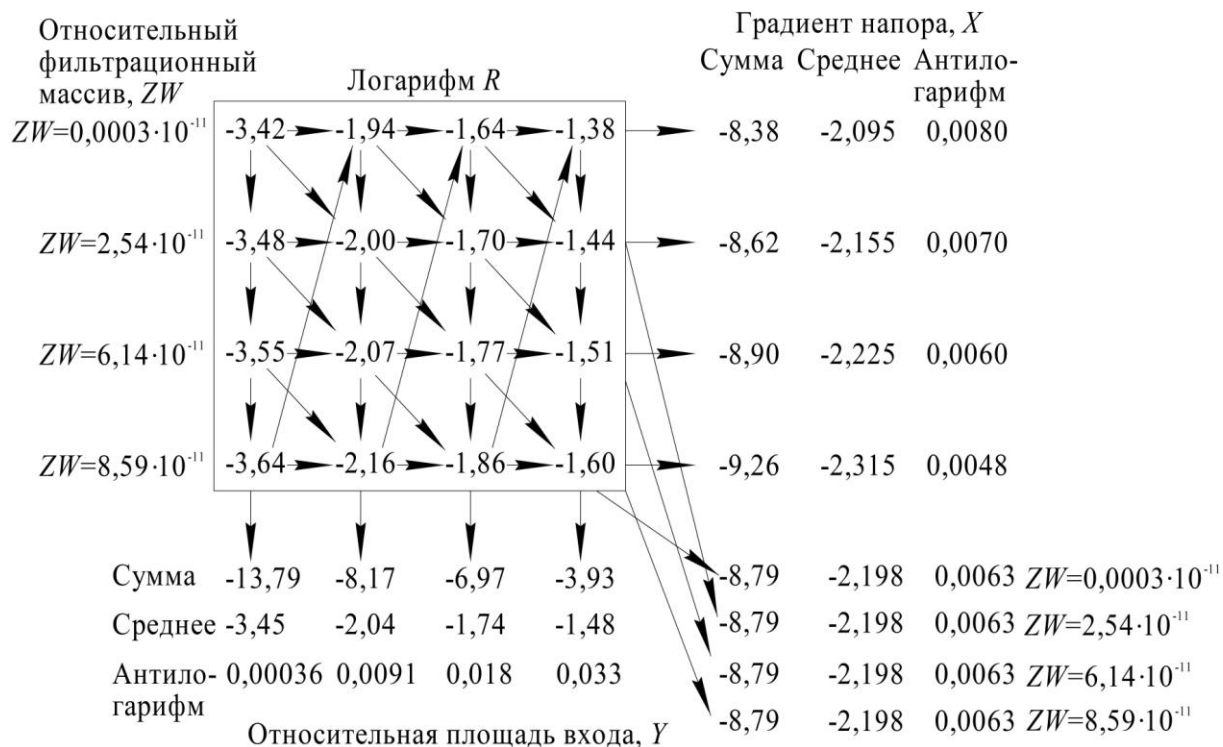


Рисунок 1 – Схема вычисления R в функции от X, Y и ZW формулы (5)

По данным этих вычислений построены графики (рисунок 2), изображающие результат эксперимента.

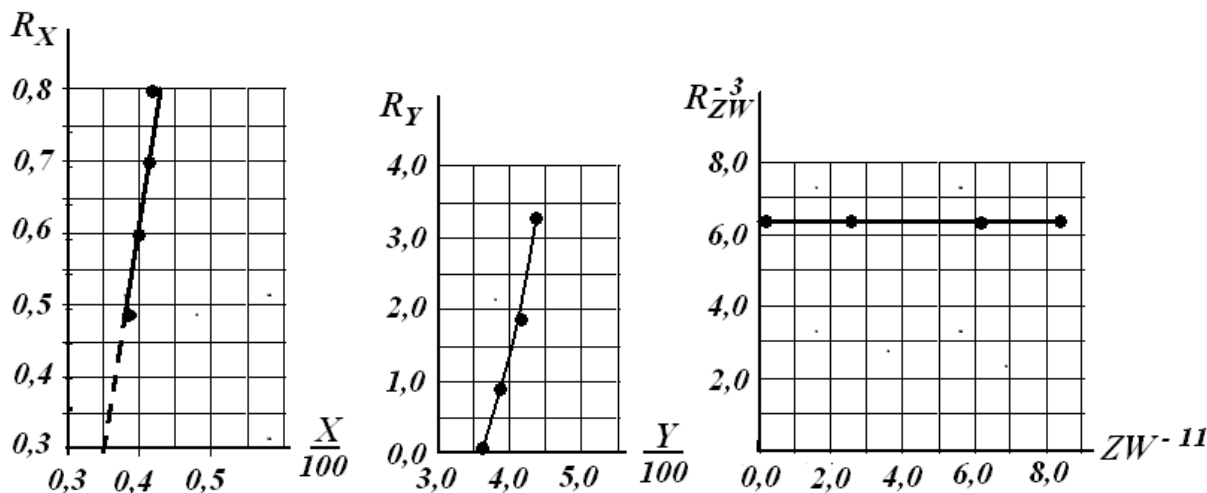


Рисунок 2 – Графики зависимости относительного фильтрационного расхода воды

После этого с помощью формулы (8) определяются коэффициенты K для всех 16 комбинаций условий, вычисления которых приведены ниже.

Вычисления постоянных значений K к формуле (8):

$$K_i = \frac{R_i \text{ (из таблицы 3)}}{X \cdot Y \cdot ZW \text{ (антилогарифмы из рисунка 1)}}$$

$$K_1 = \frac{0,00038}{0,008 \cdot 0,00036 \cdot 0,0063} = 20943,56, \quad K_2 = \frac{0,01145}{0,008 \cdot 0,0091 \cdot 0,0063} = 24965,116,$$

$$K_3 = \frac{0,0231}{0,008 \cdot 0,018 \cdot 0,0063} = 25462,96, \quad K_4 = \frac{0,042}{0,008 \cdot 0,033 \cdot 0,0063} = 25252,52,$$

$$K_5 = \frac{0,00033}{0,007 \cdot 0,00036 \cdot 0,0063} = 20786,09, \quad K_6 = \frac{0,01001}{0,007 \cdot 0,0091 \cdot 0,0063} = 24943,31,$$

$$K_7 = \frac{0,02019}{0,007 \cdot 0,018 \cdot 0,0063} = 25434,62, \quad K_8 = \frac{0,0367}{0,007 \cdot 0,033 \cdot 0,0063} = 25218,17,$$

$$K_9 = \frac{0,00028}{0,006 \cdot 0,00036 \cdot 0,0063} = 20576,13, \quad K_{10} = \frac{0,00847}{0,006 \cdot 0,0091 \cdot 0,0063} = 24623,52,$$

$$K_{11} = \frac{0,01709}{0,006 \cdot 0,018 \cdot 0,0063} = 25117,58, \quad K_{12} = \frac{0,0311}{0,006 \cdot 0,033 \cdot 0,0063} = 24931,86,$$

$$K_{13} = \frac{0,00023}{0,0048 \cdot 0,00036 \cdot 0,0063} = 21127,28, \quad K_{14} = \frac{0,00687}{0,0048 \cdot 0,0091 \cdot 0,0063} = 24965,11,$$

$$K_{15} = \frac{0,01386}{0,0048 \cdot 0,018 \cdot 0,0063} = 25462,96, \quad K_{16} = \frac{0,0252}{0,0048 \cdot 0,033 \cdot 0,0063} = 25252,52.$$

Отклонения значений коэффициента K указывают на то, что полученные данные эксперимента имеют отличия от теоретического результата по равенству (6). Данные получены в результате того, что числовые значения переменных либо фиксировались с некоторой неточностью, либо эта точность измерений была недостаточна. На основе проведенных исследований найдено среднее значение коэффициента K , равное 24066,46. Отклонения результата составили плюс 14,5 %; минус 5,8 %. Такая погрешность удовлетворяет результатам исследований. Применив безразмерные комплексы (таблица 2), вычислили коэффициенты корреляции к формуле (7) и определили их значимость (таблица 4).

Примечания к таблице 4:

1 Выполняется вычисление средних квадратических отклонений (S_X, S_Y, S_{ZW}, S_R):

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 - (\bar{X})^2 n}{n-1}} = \sqrt{\frac{2,63 - 0,405^2 \cdot 16}{15}} = 0,0193,$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum Y_i^2 - (\bar{Y})^2 n}{n-1}} = \sqrt{\frac{260,13 - 4,02^2 \cdot 16}{15}} = 0,323,$$

$$S_{ZW} = \sqrt{\frac{\sum (ZW)_i^2 - (\bar{ZW})^2 n}{n-1}} = \sqrt{\frac{1,1794 \cdot 10^{-20} - (6,787 \cdot 10^{-12})^2 \cdot 16}{15}} = 1,1194^{-10},$$

$$S_R = \sqrt{\frac{\sum R_i^2 - (\bar{R})^2 n}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,00649 - 0,01545^2 \cdot 16}{15}} = 0,01334,$$

где n – число уровней варьирования переменными.

Таблица 4 – Определение коэффициентов корреляции к формуле (7) с нахождением их значимости

Уровень варьирования	X	Y	ZW	R	$X - \bar{X}$	$Y - \bar{Y}$	$ZW - \bar{ZW}$	$R - \bar{R}$	$(X - \bar{X}) \times (R - \bar{R})$	$(Y - \bar{Y}) \times (R - \bar{R})$	$(ZW - \bar{ZW}) \times (R - \bar{R})$	X^2	Y^2	ZW^2	R^2
1	0,42	3,60	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,00038	0,015	-0,42	$-6,78 \cdot 10^{-12}$	-0,0150	-0,000225	0,0018	$1,018 \cdot 10^{-13}$	0,176	12,960	$9 \cdot 10^{-30}$	$0,0014 \cdot 10^{-4}$
2	0,42	3,88	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,01145	0,015	-0,14	$1,86 \cdot 10^{-11}$	-0,0040	-0,00006	0,00056	$-7,44 \cdot 10^{-14}$	0,176	15,054	$6,4 \cdot 10^{-22}$	$1,31 \cdot 10^{-4}$
3	0,42	4,16	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,02310	0,015	0,14	$5,46 \cdot 10^{-11}$	0,0076	0,000114	0,00106	$4,15 \cdot 10^{-13}$	0,176	17,306	$3,8 \cdot 10^{-21}$	$5,34 \cdot 10^{-4}$
4	0,42	4,44	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,0420	0,015	0,42	$7,91 \cdot 10^{-11}$	0,0266	0,000399	0,0112	$2,104 \cdot 10^{-12}$	0,176	19,714	$7,4 \cdot 10^{-21}$	$17,64 \cdot 10^{-4}$
5	0,41	3,60	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,00033	0,005	-0,42	$1,86 \cdot 10^{-11}$	-0,0151	-0,00008	0,0063	$-2,81 \cdot 10^{-13}$	0,168	12,960	$6,4 \cdot 10^{-22}$	$0,0011 \cdot 10^{-4}$
6	0,41	3,88	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,01001	0,005	-0,14	$-6,784 \cdot 10^{-12}$	-0,0054	-0,000027	0,00076	$3,66 \cdot 10^{-14}$	0,168	15,054	$9 \cdot 10^{-30}$	$1,002 \cdot 10^{-4}$
7	0,41	4,16	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,02019	0,005	0,14	$7,91 \cdot 10^{-11}$	0,0047	0,0000235	0,000658	$3,72 \cdot 10^{-13}$	0,168	17,306	$7,4 \cdot 10^{-21}$	$4,08 \cdot 10^{-4}$
8	0,41	4,44	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,0367	0,005	0,42	$5,46 \cdot 10^{-11}$	0,0212	0,000106	0,0089	$1,16 \cdot 10^{-12}$	0,168	19,714	$3,8 \cdot 10^{-21}$	$13,47 \cdot 10^{-4}$
9	0,40	3,60	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,00028	-0,005	-0,42	$5,46 \cdot 10^{-11}$	-0,0152	0,000076	0,0064	$-8,30 \cdot 10^{-13}$	0,16	12,960	$3,8 \cdot 10^{-21}$	$0,00078 \cdot 10^{-4}$
10	0,40	3,88	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,00847	-0,005	-0,14	$7,91 \cdot 10^{-11}$	-0,0070	0,000035	0,00098	$-5,5 \cdot 10^{-13}$	0,16	15,054	$7,4 \cdot 10^{-21}$	$0,72 \cdot 10^{-4}$
11	0,40	4,16	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,01709	-0,005	0,14	$-6,78 \cdot 10^{-12}$	0,0016	-0,000008	0,00022	$-1,08 \cdot 10^{-14}$	0,16	17,306	$9 \cdot 10^{-30}$	$2,92 \cdot 10^{-4}$
12	0,40	4,44	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,0311	-0,005	0,42	$1,86 \cdot 10^{-11}$	0,0156	-0,000078	0,0066	$2,90 \cdot 10^{-13}$	0,16	19,714	$6,4 \cdot 10^{-22}$	$9,67 \cdot 10^{-4}$
13	0,39	3,60	$8,59 \cdot 10^{-11}$	0,00023	-0,015	-0,42	$7,91 \cdot 10^{-11}$	-0,0157	0,00024	0,0066	$-1,24 \cdot 10^{-12}$	0,152	12,960	$7,4 \cdot 10^{-21}$	$0,00052 \cdot 10^{-4}$
14	0,39	3,88	$6,14 \cdot 10^{-11}$	0,00687	-0,015	-0,14	$5,46 \cdot 10^{-11}$	-0,0086	0,000129	0,0012	$-4,7 \cdot 10^{-13}$	0,152	15,054	$3,8 \cdot 10^{-21}$	$0,47 \cdot 10^{-4}$
15	0,39	4,16	$2,54 \cdot 10^{-11}$	0,01386	-0,015	0,14	$1,86 \cdot 10^{-11}$	-0,0016	0,000024	-0,00022	$-2,98 \cdot 10^{-14}$	0,152	17,306	$6,4 \cdot 10^{-22}$	$1,92 \cdot 10^{-4}$
16	0,39	4,44	$0,0003 \cdot 10^{-11}$	0,0252	-0,015	0,42	$-6,78 \cdot 10^{-12}$	0,0098	-0,000147	0,00412	$-6,65 \cdot 10^{-14}$	0,152	19,714	$9 \cdot 10^{-30}$	$6,35 \cdot 10^{-4}$
Сумма	6,48	64,32	$1,0859 \cdot 10^{-10}$	0,2472	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00052	0,063	$9,29 \cdot 10^{-13}$	2,624	260,14	$47 \cdot 10^{-21}$	$64,9 \cdot 10^{-4}$
Среднее \bar{X}, \bar{Y} \bar{ZW}, \bar{R}	0,405	4,02	$6,787 \cdot 10^{-12}$	0,01545											

2 Определяются эмпирические коэффициенты корреляции (r_X , r_Y и r_{ZW}):

$$r_X = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(R_i - \bar{R})}{S_X S_R (n-1)} = \frac{0,0005215}{0,0193 \cdot 0,01334 \cdot 15} = 0,135,$$

$$r_Y = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})(R_i - \bar{R})}{S_Y S_R (n-1)} = \frac{0,062186}{0,323 \cdot 0,01334 \cdot 15} = 0,962,$$

$$r_{ZW} = \frac{\sum (Z_i W_i - \bar{Z} \bar{W})(R_i - \bar{R})}{S_{ZW} S_R (n-1)} = \frac{0,952585^{-12}}{1,1194^{-10} \cdot 0,01334 \cdot 15} = 3,799.$$

3 Выполняется проверка значимости полученных эмпирических коэффициентов корреляции с их критическими значениями:

$$r_X \sqrt{n-1} = 0,135 \cdot 3,87 = 0,52, \quad r_Y \sqrt{n-1} = 0,962 \cdot 3,87 = 3,723,$$

$$r_{ZW} \sqrt{n-1} = 3,799 \cdot 3,87 = 14,703.$$

$r_{\text{теор}} = 2,87$ – критическое значение при надежности выводов 0,999.

$r_{\text{теор}} = 1,65$ – критическое значение при надежности выводов 0,90.

Определение доверительной оценки параметров теоретической прямой регрессии R на X выполняется с помощью суммы квадратов отклонений измеренных значений X_i от полученных величин по уравнению прямой регрессии:

$$S_I = (n-1) S_R^2 (1 - r_X^2) = 15 \cdot 0,000178 (1 - 0,27) = 0,002,$$

где S_I – доверительная оценка параметров теоретической прямой регрессии R на X ;

S_R – см. п. 1 примечания к таблице 4.

Выполняется расчет доверительной оценки параметров теоретической прямой регрессии R на Y :

$$S_{II} = (n-1) S_R^2 (1 - r_Y^2) = 15 \cdot 0,000178 (1 - 0,92544) = 0,002,$$

где S_{II} – доверительная оценка параметров теоретической прямой регрессии R на Y .

Расчет доверительной оценки параметров теоретической прямой регрессии R на ZW выполняется по формуле:

$$S_{III} = (n-1)S_R^2 (1-r_{ZW}^2) = 15 \cdot 0,000178 (1-14,43) = -0,036,$$

где S_{III} – доверительная оценка параметров теоретической прямой регрессии R на ZW .

Доверительные границы для коэффициента b теоретической прямой регрессии вычисляются с учетом коэффициента Стьюдента $f(\Phi, k)$, где k – число степеней свободы, определяется по формуле:

$$k = n - 2 = 16 - 2 = 14;$$

$f_{0,9} = 1,761$ – функция, принимаемая по таблице Стьюдента [2];

$\Phi = 0,9$ – надежность выводов.

Вычисления производятся по следующей зависимости:

$$\bar{R} \pm f_{0,9} \sqrt{\frac{n-1}{n-2} \frac{S_R}{\sqrt{n}} \sqrt{1-r_x^2}} = \bar{R} \pm f_{0,9} \sqrt{\frac{S_I}{(n-2)n}}. \quad (10)$$

Подставив в формулу (10) числовые значения, получим:

$$0,01545 \pm 1,76 \sqrt{\frac{15}{14} \frac{0,01334}{\sqrt{16}} \sqrt{1-0,27}} = 0,01545 \pm 1,76 \sqrt{\frac{0,002}{(16-2)16}},$$

$$0,021 = 0,021, \quad 0,01 = 0,01.$$

Последовательность нахождения значимости корреляционных коэффициентов, а также доверительной оценки факторов, входящих в теоретическую прямую регрессии, подробно изложена Л. З. Румшиским [2].

С учетом изложенного результаты исследований (см. рисунок 2) получены в виде уравнений регрессии первого порядка в следующем виде:

$$R_x = a_x + b_x X, \quad R_y = a_y + b_y Y, \quad R_{ZW} = a_{ZW} + b_{ZW} ZW.$$

Коэффициенты a_x, a_y, a_{ZW} и b_x, b_y, b_{ZW} определяются с помощью метода наименьших квадратов по методике Л. З. Румшиского. Подставив в равенство (7) значения $K, a_x, a_y, a_{ZW}, b_x, b_y, b_{ZW}$, получим окончательное уравнение относительно результата – расхода осветленной воды Q :

$$R = 24066(0,48 + 0,35X)(0,65Y^2 - 1,34Y - 36)6,3^{-3},$$

или, выполнив арифметические действия, окончательно получим:

$$R = -191X - 71,11XY + 34,54XY^2 - 97,04Y + 47Y^2 - 262,3.$$

Построив регрессионную модель (9), а затем разрешив уравнение (5) через фильтрационный расход, получим зависимость для определения расхода осветленной воды:

$$Q = \frac{k_{\phi}}{Lb} \left(-191Jt^4 - 71,11J\omega_{\text{вх}}t^2 + 34,57J\omega_{\text{вх}}^2 - 97,04\omega_{\text{вх}}t^2 + 47\omega_{\text{вх}}^2 - 262,3t^4 \right).$$

Очищенная от загрязнений вода способствует безопасности способов орошения в аридной зоне, а также длительной и безопасной работе гидротехнических сооружений [7–10] на мелиоративной сети.

Выводы

1 Применение теорий размерности и подобия позволило первоначальную функциональную зависимость из 11 факторов сократить до пяти безразмерных комбинаций.

2 Графики (рисунок 2) подтвердили вывод о значимости коэффициентов корреляции, коэффициент r_{ZW} незначим, что подтверждается графиком на рисунке 2. Теоретическая прямая линия получила горизонтальное положение со значением $R_{ZW} = 6,3^{-3}$.

3 Теория планирования эксперимента дала возможность получить уравнение для определения искомого фактора – фильтрационного расхода.

4 Обобщенный метод теории размерности с математическим уравнением регрессии позволяет выявить основные параметры, которые оказывают существенное влияние на определение фильтрационного расхода.

Список использованных источников

1 Тищенко, А. И. Размерностно-регрессионный метод в исследованиях местных деформаций за гидротехническими сооружениями на оросительных каналах / А. И. Тищенко // Гидротехнические сооружения и русловая гидротехника: сб. ст. / НИМИ. – Новочеркасск, 1985. – С. 28–40.

2 Румшицкий, Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента / Л. З. Румшицкий. – М.: Наука, 1971. – 192 с.

3 Колганов, А. В. Планирование эксперимента в гидромелиоративных исследованиях / А. В. Колганов, А. М. Питерский, А. Т. Лисконов. – М.: Мелиоводинформ, 1999. – 214 с.

4 Баев, О. А. Применение планирования эксперимента для изучения водопроницаемости экрана из геомембраны / О. А. Баев // Природообустройство. – 2014. – № 3. – С. 46–51.

5 Скляренко, Е. О. Моделирование распространения загрязненного потока из накопителей промышленных отходов в грунтовых водах / Е. О. Скляренко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2007. – № 4. – С. 96–99.

6 Ищенко, А. В. Исследование взаимодействия чистого грунтового потока и загрязненного фильтрата из золоотвала / А. В. Ищенко, Е. О. Скляренко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2005. – № 4. – С. 116–117.

7 Ищенко, А. В. Конструктивные схемы противofильтрационной защиты накопителей отходов и фofильтрационные расчеты их эффективности / А. В. Ищенко, Е. О. Скляренко // Гидротехническое строительство. – 2007. – № 3. – С. 21–25.

8 Ищенко, А. В. Поиск путей очистки КДВ с использованием отходов производства / А. В. Ищенко, Е. О. Скляренко // Проблемы водного хозяйства и мелиорации: материалы науч.-практ. конф. студ. и молодых ученых / НГМА. – Новочеркасск, 2003. – Вып. 1. – С. 60–65.

9 Скляренко, Е. О. Экспериментальные исследования противofильтрационных и дренажных защит накопителей промышленных отходов / Е. О. Скляренко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2007. – № 5. – С. 71–72.

10 Баев, О. А. Противofильтрационные покрытия с применением бентонитовых матов для накопителей жидких отходов / О. А. Баев // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации [Электронный ресурс]. – 2013. – № 3(11). – С. 115–124. – Режим доступа: <http://www.rosniipm-sm.ru/article?n=681>.

References

1 Tishchenko A.I., 1985. *Razmernostno-regressionnyy metod v issledovaniyakh mestnykh deformatsiy za gidrotekhnicheskimi sooruzheniyami na orositel'nykh kanalakh* [The dimensional-regression method in the study of local deformations behind hydraulic structures on irrigation canals]. *Gidrotekhnicheskie sooruzheniya i ruslovaya gidrotekhnika: sbornik statey* [Hydrotechnical Structures and Channel Hydraulic Engineering: Collection of Scientific Articles NIMI]. Novocherkassk, pp. 28-40. (In Russian).

2 Rumshisky L.Z., 1971. *Matematicheskaya obrabotka rezul'tatov eksperimenta* [Mathematical Processing of Experimental Results]. Moscow, Nauka Publ., 192 p. (In Russian).

3 Kolganov A.V., Piterisky A.M., Liskonov A.T., 1999. *Planirovanie eksperimenta v gidromeliorativnykh issledovaniyakh* [Experiment Design in Irrigation and Drainage Research]. Moscow, Meliovodinform Publ., 214 p. (In Russian).

4 Baev O.A., 2014. *Primenenie planirovaniya eksperimenta dlya izucheniya vodopronitsaemosti ekrana iz geomembrany* [Applying of experiment design for studying water permeability of geomembrane screen]. *Prirodoobustroystvo* [Environmental Engineering], no. 3, pp. 46-51. (In Russian).

5 Sklyarenko E.O., 2007. *Modelirovanie rasprostraneniya zagryaznennogo potoka iz nakopiteley promyshlennykh otkhodov v gruntovykh vodakh* [Modeling the polluted flow spreading from the industrial wastes storage in groundwater]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Seriya: Tekhnicheskije nauki* [Bull. of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Series: Engineering], no. 4, pp. 96-99. (In Russian).

6 Ishchenko A.V., Sklyarenko E.O., 2005. *Issledovanie vzaimodeystviya chistogo gruntovogo potoka i zagryaznennogo fil'trata iz zolootvala* [Study of interaction of clean underflow and contaminated filtrate from the ash dump]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Seriya: Tekhnicheskie nauki* [Bull. of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Series: Engineering], no. 4, pp. 116-117. (In Russian).

7 Ishchenko A.V., Sklyarenko E.O., 2007. *Konstruktivnye skhemy protivofil'tratsionnoy zashchity nakopiteley otkhodov i fil'tratsionnye raschety ikh effektivnosti* [Structural schemes of anti-filtration protection of waste storage and seepage analyses of their effectiveness]. *Gidrotekhnicheskoe stroitel'stvo* [Hydrotechnical Construction], no. 3, pp. 21-25. (In Russian).

8 Ishchenko A.V., Sklyarenko E.O., 2003. *Poisk putey ochistki KDV s ispol'zovaniem otkhodov proizvodstva* [Search for ways to clean collector-drainage water using industrial wastes]. *Problemy vodnogo khozyaystva i melioratsii: materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii studentov i molodykh uchenykh* [Problems of Water Management and Land Reclamation: Proc. Scientific-Practical Conference of Students and Young Scientists]. Novocherkassk, iss. 1, pp. 60-65. (In Russian).

9 Sklyarenko E.O., 2007. *Eksperimental'nye issledovaniya protivofil'tratsionnykh i drenaznykh zashchit nakopiteley promyshlennykh otkhodov* [Experimental studies of anti-filtration and drainage protection of industrial waste storage]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Seriya: Tekhnicheskie nauki* [Bull. of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Series: Engineering], no. 5, pp. 71-72. (In Russian).

10 Baev O.A., 2013. [Antifiltration coatings with the use of bentonite mats for liquid waste storage]. *Nauchnyy Zhurnal Rossiyskogo NII Problem Melioratsii*, no. 3(11), pp. 115-124, available: <http://www.rosniipm-sm.ru/article?n=681>. (In Russian).

Сильченко Виктория Федоровна

Должность: младший научный сотрудник

Место работы: федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации»

Адрес организации: Баклановский пр-т, 190, г. Новочеркасск, Ростовская область, Российская Федерация, 346421

E-mail: vika-silchenko@mail.ru

Silchenko Viktoriya Fedorovna

Position: Junior Researcher

Affiliation: Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems

Affiliation address: Baklanovsky ave., 190, Novocherkassk, Rostov region, Russian Federation, 346421

E-mail: vika-silchenko@mail.ru

Тищенко Александр Иванович

Ученая степень: кандидат технических наук

Ученое звание: доцент

Должность: ведущий научный сотрудник

Место работы: федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации»

Адрес организации: Баклановский пр-т, 190, г. Новочеркасск, Ростовская область, Российская Федерация, 346421

E-mail: aleks.tishenko2016@mail.ru

Tishchenko Aleksandr Ivanovich

Degree: Candidate of Technical Sciences

Title: Associate Professor

Position: Leading Researcher

Affiliation: Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems

Affiliation address: Baklanovsky ave., 190, Novocherkassk, Rostov region, Russian Federation, 346421

E-mail: aleks.tishencko2016@mail.ru

Поступила в редакцию 29.06.2020

После доработки 13.07.2020

Принята к публикации 02.09.2020