

ГИДРАВЛИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

Научная статья

УДК 626.86; 556.5

doi: 10.31774/2658-7890-2022-4-2-88-99

Моделирование взаимосвязи поверхностных и дренажных вод

Михаил Вячеславович Власов¹, Светлана Вячеславовна Куприянова²

^{1,2}Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск,
Российская Федерация

¹m_vlasov@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9103-1958>

²schedrikova@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8556-8823>

Аннотация. Цель исследований заключалась в создании адекватного математического аппарата, позволяющего установить взаимосвязь между поверхностными и дренажными водами, так как необходимость установления взаимосвязи поверхностных и дренажных вод в задачах экологической безопасности, мелиорации и гидрологии возникает регулярно. Вместе с тем проведение натурных исследований, определяющих эту взаимосвязь, – весьма затратное и трудоемкое мероприятие, поэтому разработка математического аппарата, адекватно описывающего взаимосвязь между поверхностными и дренажными водами, является актуальной задачей. **Материалы и методы.** Разработанный математический аппарат основан на компиляции классической теории, а именно: формулах Шези, Дарси, уровня грунтовых вод, уравнении водного баланса и выражении для уклона водной поверхности. **Результаты.** В результате исследований проведено разбиение зоны стока дренажных вод на конечное число элементов, а также определена средняя скорость фильтрационного потока, взаимодействующего между каналом и дренажными водами. Численная проверка результатов моделирования произведена на основании данных, полученных при полевых исследованиях на участке межхозяйственного канала в районе с. Болото Белевского района Тульской области. В процессе исследований были разработаны алгоритм и программа для расчета расхода дренажных вод для рассматриваемого участка межхозяйственного канала. На основании результатов моделирования построен гидрограф дренажных вод в межхозяйственном канале в районе с. Болото, при этом гидрограф расхода дренажных вод, построенный на основе результатов моделирования, практически совпадает с гидрографом, построенным на основе данных, предоставленных по результатам полевых исследований. **Выводы.** Апробация результатов разработанных математического аппарата и математической модели показала соответствие между теоретическими и опытными исследованиями с величиной коэффициента детерминации, составляющей 90,22 %.

Ключевые слова: мелиорация, математическая модель, дренажные воды, межхозяйственный канал, сечение, фильтрация, аэрация, гидрограф

Для цитирования: Власов М. В., Куприянова С. В. Моделирование взаимосвязи поверхностных и дренажных вод // Экология и водное хозяйство. 2022. Т. 4, № 2. С. 88–99. <https://doi.org/10.31774/2658-7890-2022-4-2-88-99>.

HYDRAULICS AND ENGINEERING HYDROLOGY

Original article

Simulation of interrelation between surface and drainage waters

Mikhail V. Vlasov¹, Svetlana V. Kupriyanova²

^{1,2}Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk,
Russian Federation

¹m_vlasov@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9103-1958>

²schedrikova@bk.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8556-8823>

Abstract. The purpose of the research was to create an adequate mathematical apparatus to establish the interrelation between surface and drainage waters, since the need of interconnection between surface and drainage waters in the field of environmental safety, reclamation and hydrology arises regularly. At the same time, conducting field studies that determine this interrelation is a very costly and time-consuming event, therefore, the development of a mathematical apparatus that adequately describes the relationship between surface and drainage waters is an urgent task. **Materials and methods.** The developed mathematical apparatus is based on the compilation of the classical theory, namely: the Chezy, Darcy formulas, the water table, the water balance equation and the expression for the water surface slope. **Results.** As a result of the research, the drainage water runoff zone was divided into a finite number of elements, and the average velocity of the filtration flow interacting between the canal and drainage water was determined. Numerical verification of the modeling results was carried out on the basis of data obtained during field studies at the inter-farm canal section near the village Swamp Belevsky district Tula region. In the process of research, an algorithm and a program were developed for calculating the drainage water flow rate for the considered section of the inter-farm canal. Based on the simulation results, a hydrograph of drainage water flow rate was constructed in the inter-farm canal near the village Swamp, while the hydrograph of drainage water flow, built on the basis of modeling results, practically coincides with the hydrograph, built on the basis of data provided from the results of field studies. **Conclusions.** Approbation of the results of the developed mathematical apparatus and mathematical model showed the correlation between theoretical and experimental studies with a determination coefficient value of 90.22 %.

Keywords: reclamation, mathematical model, drainage water, interfarm canal, section, filtration, aeration, hydrograph

For citation: Vlasov M. V., Kupriyanova S. V. Simulation of interrelation between surface and drainage waters. *Ecology and Water Management*. 2022;4(2):88–99. (In Russ.). <https://doi.org/10.31774/2658-7890-2022-4-2-88-99>.

Введение. При решении мелиоративных и экологических задач на осушительных системах требуется установить и определить характер взаимосвязи поверхностных и дренажных вод, причем эта взаимосвязь характеризуется многообразием перманентных и случайных величин и параметров, основными из которых в гумидной зоне являются: величина стока дренажных вод, уровни воды и фильтрация воды из канала [1–4].

Материалы и методы. В работе использованы данные, определенные в результате натурных испытаний на межхозяйственном канале в районе с. Болото Белевского района Тульской области, их обработка и анализ основывались на методах прикладной математической статистики, при

разработке математического аппарата в том числе использованы результаты исследований иностранных авторов [5].

На рисунке 1 представлен исследуемый участок межхозяйственного канала, его характеристики: длина – 186 м, ширина в створе метки 1 – 3,9 м, ширина в створе метки 2 – 4 м, средняя глубина 0,6 м.

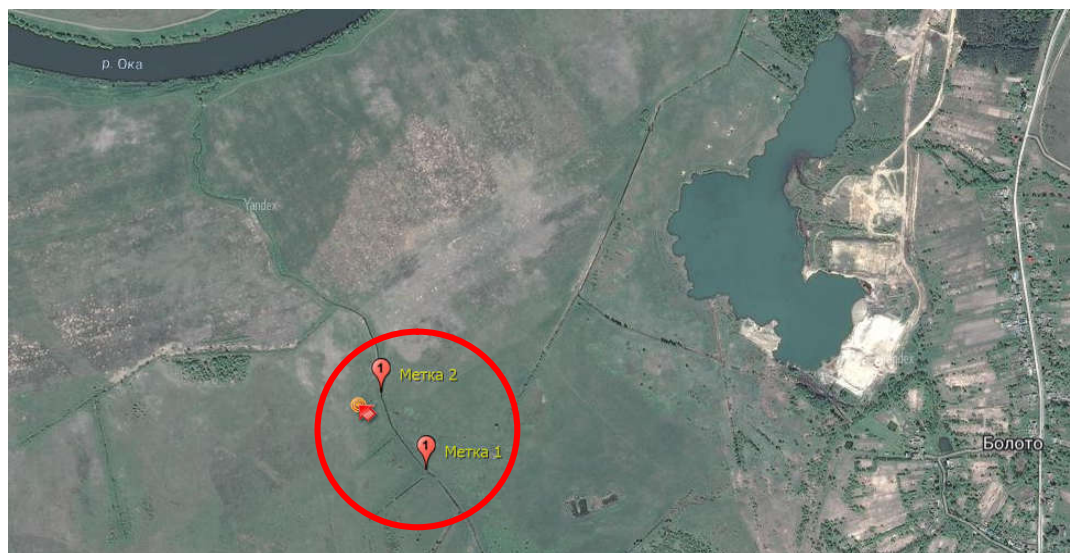


Рисунок 1 – Участок межхозяйственного канала в районе с. Болото
Figure 1 – Section of the inter-farm canal in the area of the village Swamp

Результаты и обсуждение. Разобьем рассматриваемый участок межхозяйственного канала по длине на конечное число сегментов и сделаем допущение о призматичности каждого из них, тогда объем воды, содержащийся в каждом сегменте, можно определить по формуле:

$$W_j = \omega_j L_j, \quad (1)$$

где W_j – объем воды, м^3 ;

ω_j – величина среднего значения площади поперечного сечения j -го сегмента, м^2 ;

L_j – длина сегмента, м.

В формуле (1) и далее по тексту нижний индекс j означает номер сегмента разбиения рассматриваемого участка межхозяйственного канала.

Составим уравнение водного баланса для рассматриваемого сегмента межхозяйственного канала на основе теории, представленной в работе Б. В. Бабикова, В. В. Пахучего [6]:

$$\frac{dW_j}{dt} = Q_{j-1} - Q_j + Q_j^{\text{Д}} + Q_j^{\Gamma} + Q_j^{\text{Сб}} - Q_j^{\text{В}} + (X_j - E_j) \cdot F_j, \quad (2)$$

где $\frac{dW_j}{dt}$ – изменение объема воды, м³/с;

t – время, с;

Q_{j-1}, Q_j – расход, м³/с;

$Q_j^{\text{Д}}$ – приток дренажных вод, м³/с;

Q_j^{Γ} – приток грунтовых вод, м³/с;

$Q_j^{\text{Сб}}$ – поверхностный сброс, м³/с;

$Q_j^{\text{В}}$ – водозабор, м³/с;

X_j – интенсивность по слою осадков на водную поверхность, м/с;

E_j – интенсивность по слою испарения с водной поверхности, м/с;

F_j – площадь поверхности водного зеркала, м².

Расход воды найдем по формуле Шези [7]:

$$Q_j = C_j \sqrt{\frac{\omega_j^3 \cdot I_j}{\chi_j}}, \quad (3)$$

где C_j – коэффициент Шези;

I_j – уклон водной поверхности;

χ_j – смоченный периметр потока, м.

Уклон водной поверхности определим по формуле:

$$I_j = \frac{h_{j-1} - h_j + Z_{j-1} - Z_j}{L_j}, \quad (4)$$

где h_{j-1} , h_j – средняя глубина сегментов, м;

Z_{j-1} , Z_j – отметки дна на границах сегментов, м.

Предполагая живое сечение потока трапецеидальным, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \omega_j &= b_j h_j \left(1 + \frac{h_j}{b_j} \operatorname{ctg} B_j\right) \\ \chi_j &= b_j + 2h_j / \sin B_j \end{aligned} \right\},$$

где b_j – ширина сегмента по дну, м;

B_j – угол откоса сегмента.

Так как ширина межхозяйственного канала много больше его глубины, то при расчетах используем $\bar{B}_j$ – величину средней ширины сегмента (м), при этом:

$$\bar{B}_j = \varphi_j h_j,$$

где φ_j – коэффициент пропорциональности.

Тогда:

$$\left. \begin{aligned} \omega_j &= \bar{B}_j \cdot h_j \\ \chi_j &= \bar{B}_j + 2h_j \end{aligned} \right\} \text{ или } \left. \begin{aligned} \omega_j &= \varphi_j \cdot h_j^2 \\ \chi_j &= (2 + \varphi_j) h_j \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Подставив формулу (4) в формулу (3), имеем:

$$Q_j = \omega_j C_j \sqrt{\frac{\omega_j (h_{j-1} - h_j + Z_{j-1} - Z_j)}{\chi_j L_j}}, \quad (6)$$

с учетом системы (5) выражение (6) примет вид:

$$Q_j = \varphi_j^{\frac{3}{2}} C_j \frac{h_j^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{(2 + \varphi_j) L_j}} \sqrt{h_{j-1} - h_j + Z_{j-1} - Z_j}, \quad (7)$$

а формула (1) примет вид:

$$W_j = \varphi_j h_j^2 L_j. \quad (8)$$

Подставив выражения (7) и (8) в уравнение (2), получим:

$$\frac{dh_j^2}{dt} = \frac{2C_j}{L_j^2 \sqrt{2 + \varphi}} (h_{j-1}^{\frac{3}{2}} - h_j^{\frac{3}{2}}) \sqrt{h_{j-1} - h_j + \Delta Z_j} + Q_j^{\text{Д}} + Q_j^{\text{Г}} +$$

$$+ Q_j^{\text{Сб}} - Q_j^{\text{Б}} + (X_j - E_j) \cdot F_j - \frac{dh_{j-1}^2}{dt}, \quad (9)$$

где $\Delta Z_j = Z_{j-1} - Z_j$.

Выполнив замену переменных $h_j^2 = y_j \Rightarrow h_j = y_j^{\frac{1}{2}} \Rightarrow h_j^{\frac{3}{2}} = y_j^{\frac{3}{4}}$, запишем выражение (9) в виде:

$$\frac{dy_j}{dt} = \frac{2C_j}{L_j^2 \sqrt{2 + \varphi_j}} (y_{j-1}^{\frac{3}{4}} - y_j^{\frac{3}{4}}) \times$$

$$\times \sqrt{y_{j-1}^{\frac{1}{2}} - y_j^{\frac{1}{2}} + \Delta Z_j + Q_j^{\text{Д}} + Q_j^{\text{Г}} + Q_j^{\text{Сб}} - Q_j^{\text{Б}} + (X_j - E_j) \cdot F_j - \frac{dy_{j-1}}{dt}}.$$

При этом последнее выражение получено при допущении об установившемся течении в канале.

Разобьем прилегающую к межхозяйственному каналу зону дренажных вод на конечное число элементов, полагая уровень этих вод на отдельном элементе горизонтальным, определяя среднюю скорость потока дренажных вод ($\bar{V}_{\text{Д}}$) по формуле Дарси [8]:

$$\bar{V}_{\text{Д}} = -K_{\Phi} \frac{dZ_{\text{Д}}}{dl},$$

где K_{Φ} – коэффициент фильтрации, м/с;

$\frac{dZ_{\text{Д}}}{dl}$ – градиент напора.

Влагоперенос между смежными сегментами территории дренажных вод определим по формуле:

$$q_i = K_{\text{и}} \frac{K_{\Phi i} \Delta l_i + K_{\Phi i+1} \Delta l_{i+1}}{(\Delta l_i + \Delta l_{i+1})^2} (Z_{\text{Ди}+1}^3 - Z_{\text{Ди}}^3), \quad (10)$$

где q_i – расход, $\text{м}^3/\text{с}$;

$K_{\text{ни}}$ – коэффициент пропорциональности;

$K_{\Phi i}, K_{\Phi i+1}$ – коэффициент фильтрации, $\text{м}/\text{с}$;

$\Delta l_i, \Delta l_{i+1}$ – толщина сегментов, м ;

$Z_{\text{Ди}}, Z_{\text{Ди}+1}$ – уровень дренажных вод в сегментах, м .

В формуле (11) и далее по тексту нижний индекс i означает номер сегмента разбиения зоны дренажных вод.

Объем воды в сегменте рассчитаем по формуле:

$$W_{\text{Ди}} = Z_{\text{Ди}} \cdot \Delta l_i \left(1 - \frac{\Delta V_{\text{ci}}}{\Delta V_i}\right), \quad (11)$$

где $W_{\text{Ди}}$ – объем воды, м^3 ;

ΔV_{ci} – объем скелета грунта, м^3 ;

ΔV_i – полный объем сегмента, м^3 .

Запишем уравнение водного баланса для i -го сегмента:

$$\frac{dW_{\text{Ди}}}{dt} = q_{i-1} - q_i + q_i^{\text{a}}, \quad (12)$$

где q_i^{a} – влагообмен дренажных вод с зоной аэрации, $\text{м}^3/\text{с}$ [9].

Подставив формулы (10) и (11) в уравнение (12), получим уравнение уровня дренажных вод отдельного сегмента:

$$\begin{aligned} \frac{dZ_{\text{Ди}}}{dt} = & \frac{1}{\Delta l_i (1 - \alpha_i)} \left[Z_{\text{Ди}}^3 \left(K_{\text{ни}-1} \frac{K_{\Phi i-1} \Delta l_{i-1} + K_{\Phi i} \Delta l_i}{(\Delta l_{i-1} + \Delta l_i)^2} + K_{\text{ни}} \frac{K_{\Phi i} \Delta l_i + K_{\Phi i+1} \Delta l_{i+1}}{(\Delta l_i + \Delta l_{i+1})^2} \right) + \right. \\ & \left. + K_{\text{ни}-1} \frac{K_{\Phi i-1} \Delta l_{i-1} + K_{\Phi i} \Delta l_i}{(\Delta l_{i-1} + \Delta l_i)^2} Z_{\text{Ди}-1}^3 - K_{\text{ни}} \frac{K_{\Phi i} \Delta l_i + K_{\Phi i+1} \Delta l_{i+1}}{(\Delta l_i + \Delta l_{i+1})^2} Z_{\text{Ди}+1}^3 + q_i^{\text{a}} \right], \end{aligned}$$

а взаимодействие сегментов дренажных и поверхностных вод будет описываться следующей системой уравнений:

$$Q_j^{\text{Д}} = \frac{2K_{\text{ни}} K_{\Phi i}}{\Delta l_i} (y_j - Z_{\text{Ди}}^2) L_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad i = \overline{1, N},$$

где n – число сегментов разбиения участка межхозяйственного канала;

N – число сегментов разбиения зоны дренажных вод.

Полученный математический аппарат был апробирован сравнением гидрографа дренажных вод (рисунок 2), полученного методом водного баланса [10] и построенного на основе данных полевых исследований на рассматриваемом участке межхозяйственного канала в районе с. Болото Белевского района Тульской области в 2020 г. (таблица 1), а также гидрографа, построенного на основе данных, рассчитанных при помощи разработанного математического аппарата (таблица 2).

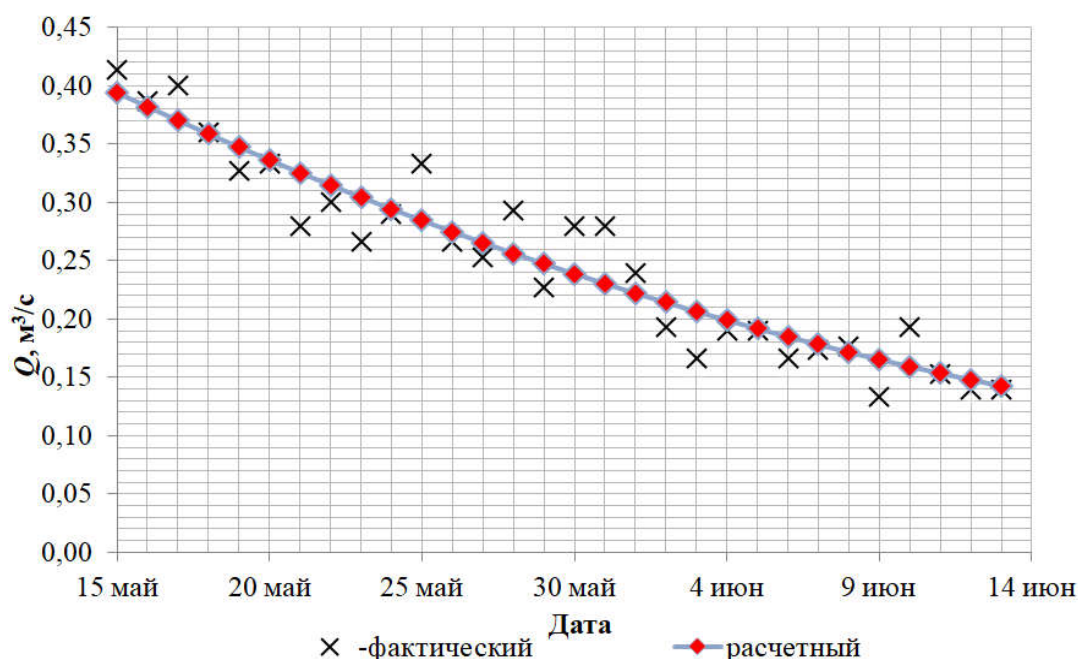


Рисунок 2 – Гидрограф дренажных вод на участке межхозяйственного канала

Figure 2 – Drainage water hydrograph at the inter-farm canal section

Таблица 1 – Результаты полевых исследований участка межхозяйственного канала, 2020 г.

Table 1 – Results of field studies of the inter-farm canal section, 2020

Дата	15.05	16.05	17.05	18.05	19.05	20.05	21.05	22.05	23.05	24.05	25.05	26.05	27.05	28.05	29.05
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Расход, м³/с	0,41	0,39	0,40	0,36	0,33	0,33	0,28	0,30	0,27	0,29	0,33	0,27	0,25	0,29	0,23

Продолжение таблицы 1

Continuation of the table 1

Дата	30.05	31.05	01.06	02.06	03.06	04.06	05.06	06.06	07.06	08.06	09.06	10.06	11.06	12.06	13.06
1	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Расход, м ³ /с	0,28	0,28	0,24	0,19	0,17	0,19	0,19	0,17	0,17	0,18	0,13	0,19	0,15	0,14	0,14

Таблица 2 – Результаты моделирования

Table 2 – Simulation results

Дата	15.05	16.05	17.05	18.05	19.05	20.05	21.05	22.05	23.05	24.05	25.05	26.05	27.05	28.05	29.05
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Расход, м ³ /с	0,39	0,38	0,37	0,36	0,35	0,34	0,33	0,31	0,30	0,29	0,28	0,27	0,27	0,26	0,25

Продолжение таблицы 2

Continuation of the table 2

Дата	30.05	31.05	01.06	02.06	03.06	04.06	05.06	06.06	07.06	08.06	09.06	10.06	11.06	12.06	13.06
1	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Расход, м ³ /с	0,24	0,23	0,22	0,21	0,21	0,20	0,19	0,18	0,18	0,17	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14

Интегральная кривая системы обыкновенных дифференциальных уравнений была найдена методом Адамса – Башфорта пятого порядка [11, 12]. При определении параметров разработанной математической модели были использованы результаты полевых исследований участка межхозяйственного канала в районе с. Болото Белевского района Тульской области, полученные в мае – июне 2020 г.

Для определения коэффициента детерминации построим уравнение регрессии $y = a + bx + cx^2$, вычислив его коэффициенты методом наименьших квадратов:

$$\begin{cases} a \cdot n + b \cdot \sum x + c \cdot \sum x^2 = \sum y \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 + c \cdot \sum x^3 = \sum x \cdot y \\ a \cdot \sum x^2 + b \cdot \sum x^3 + c \cdot \sum x^4 = \sum x^2 \cdot y \end{cases} .$$

Находим: $a = 0,4082$; $b = -0,0121$; $c = 0,0002$, т. е.:

$$y = 0,0002x^2 - 0,0121x + 0,4082.$$

Определим среднюю ошибку:

$$\bar{A} = \frac{\sum |y_i - y_k| / y_i}{n} \cdot 100\%,$$

где y_i – эмпирическое значение;

y_k – значение, полученное в результате полевых испытаний;

n – количество испытаний.

$\bar{A} = 6,12\% < 15\%$, следовательно, коэффициенты уравнения значимы.

Сравнивая табличное значение критерия Фишера при 5% уровне значимости ($F_{кр} = 3,34$) с фактическим значением ($F_{факт} = 1,96$), убеждаемся в статистической значимости полученного регрессионного уравнения на уровне 95% вероятности, при этом значение коэффициента детерминации $R^2 = 90,22\%$.

Выводы. Получено уравнение, основанное на компиляции классической теории, а именно: формулах Шези, Дарси, уровня грунтовых вод, уравнении водного баланса и выражении для уклона водной поверхности, описывающее взаимосвязь между поверхностными и дренажными водами, исходя из его численного решения построен гидрограф дренажных вод в межхозяйственном канале в районе с. Болото Белевского района Тульской области. Апробация результатов разработанных математического аппарата и математической модели показала соответствие между теоретическими и опытными исследованиями с величиной коэффициента детерминации, составляющей 90,22 %.

Список источников

1. Стрельбицкая Е. Б., Соломина А. П. Регулирование нагрузки осушительно-увлажнительных систем на водные объекты // Природообустройство. 2018. № 4. С. 98–104.
2. Косиченко Ю. М., Баев О. А. Особенности гидравлических и фильтрационных расчетов осушительно-оросительной системы // Природообустройство. 2021. № 4. С. 90–98. DOI: 10.26897/1997-6011-2021-4-90-98.

3. Анализ современного состояния Ключевской осушительно-оросительной системы Ивановского района Амурской области / Е. А. Гребенщикова, Н. С. Шелковкина, Т. Г. Молчанова, Н. А. Горбачева // *АгроЭкоИнфо: электронный научно-производственный журнал*. 2019. № 2(36). С. 1.

4. Стрельбицкая Е. Б., Соломина А. П. Решение экологических проблем функционирования мелиоративных систем на осушаемых агроландшафтах // *Агроэкология, мелиорация и защитное лесоразведение*. Волгоград: ФНЦ агроэкологии РАН, 2018. С. 417–422.

5. Hairer E., Nørsett S. P., Wanner G. Solving ordinary differential equations I: Nonstiff problems. 2nd ed. Berlin: Springer Verlag, 1993. 528 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-78862-1>.

6. Бабилов Б. В., Пахучий В. В. Гидротехнические мелиорации (осушение лесных земель): учеб. пособие / Сыктывк. лес. ин-т. Сыктывкар: СЛИ, 2014. 160 с.

7. Гусев А. А. Основы гидравлики: учеб. для СПО. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2018. 285 с.

8. Леонтьев Н. Е. Основы теории фильтрации. М.: Изд-во ЦПИ при мех.-мат. фак. МГУ, 2009. 88 с.

9. Авлакулов М., Хазратов А. Н. Закономерности динамики процессов влаги-соли переноса в почво-грунтах // *Инновационное развитие*. 2017. № 5(10). С. 9–10.

10. Шестаков В. М., Поздняков С. П. Геогидрология. М.: Академкнига, 2003. 176 с.

11. Guglielmi N., Hairer E. An efficient algorithm for solving piecewise-smooth dynamical systems // *Numerical Algorithms*. 2022. 89(3). P. 1311–1334. DOI: 10.1007/s11075-021-01154-1.

12. Gauckler L., Hairer E., Lubich C. Dynamics, numerical analysis, and some geometry // *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, ICM 2018*. 2018. Vol. 1. P. 453–486. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.03946>.

References

1. Strelbitskaya E. B., Solomina A. P., 2018. *Regulirovanie nagruzki osushitel'no-uvlazhnitel'nykh sistem na vodnye ob'ekty* [Regulation of loading of drainage and humidification systems on water bodies]. *Prirodoobustroystvo* [Environmental Engineering], no. 4, pp. 98–104. (In Russian).

2. Kosichenko Yu. M., Baev O. A., 2021. *Osobennosti gidravlicheskiy i fil'tratsionnykh raschetov osushitel'no-orositel'noy sistemy* [Features of hydraulic and filtration calculations of a drainage and irrigation system]. *Prirodoobustroystvo* [Environmental Engineering], no. 4, pp. 90–98, DOI: 10.26897/1997-6011-2021-4-90-98. (In Russian).

3. Grebenshchikova E. A., Shelkovkina N. S., Molchanova T. G., Gorbacheva N. A., 2019. *Analiz sovremennogo sostoyaniya Klyuchevskoy osushitel'no-orositel'noy sistemy Ivanovskogo rayona Amurskoy oblasti* [Analysis of the current state of the Klyuchevskaya drainage and irrigation system of the Ivanovo district of the Amur region]. *AgroEkoInfo: elektronnyy nauchno-proizvodstvennyy zhurnal* [AgroEcoInfo: Electronic Research and Production Journal], no. 2(36), p. 1. (In Russian).

4. Strelbitskaya E. B., Solomina A. P., 2018. *Reshenie ekologicheskikh problem funktsionirovaniya meliorativnykh sistem na osushaemykh agrolandshaftakh* [Solving the ecological problems of the functioning of reclamation systems on drained agrolandscapes]. *Agroekologiya, melioratsiya i zashchitnoe lesorazvedenie* [Agroecology, Reclamation and Protective Afforestation]. Volgograd, FNTs Agroecology RAS, pp. 417–422. (In Russian).

5. Hairer E., Nørsett S. P., Wanner G., 1993. Solving ordinary differential equations I: Non-stiff problems. 2nd ed., Berlin, Springer Verlag, 528 p., <https://doi.org/10.1007/978-3-540-78862-1>.

6. Babikov B. V., Pakhuchy V. V., 2014. *Gidrotekhnicheskie melioratsii (osushenie*

lesnykh zemel'): *uchebnoe posobie* [Hydraulic Reclamation (Drainage of Forest Land): textbook]. Syktyvkar Forest Institute, Syktyvkar, 160 p. (In Russian).

7. Gusev A. A., 2018. *Osnovy gidravliki: uchebnik dlya SPO* [Fundamentals of Hydraulics: textbook for SPO]. 2nd ed., rev. and add., Moscow, Yurayt Publ., 285 p. (In Russian).

8. Leontiev N. E., 2009. *Osnovy teorii fil'tratsii* [Fundamentals of the Filtration Theory]. Moscow, Moscow State University at Mech.-Math. Faculty CPI Publ., 88 p. (In Russian).

9. Avlakulov M., Khazratov A.N., 2017. *Zakonomernosti dinamiki protsessov vlagi-soli perenosa v pochvo-gruntakh* [Consistent patterns of dynamics of moisture-salt transfer processes in soils]. *Innovatsionnoe razvitie* [Innovative Development], no. 5(10), pp. 9-10. (In Russian).

10. Shestakov V. M., Pozdnyakov S. P., 2003. *Geogidrologiya* [Geohydrology]. Moscow, Akademkniga Publ., 176 p. (In Russian).

11. Guglielmi N., Hairer E., 2022. An efficient algorithm for solving piecewise-smooth dynamical systems. *Numerical Algorithms*, 89(3), pp. 1311-1334, DOI: 10.1007/s11075-021-01154-1.

12. Gauckler L., Hairer E., Lubich C., 2018. Dynamics, numerical analysis, and some geometry. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, ICM 2018*, vol. 1, pp. 453-486, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.03946>.

Информация об авторах

М. В. Власов – ведущий научный сотрудник, кандидат физико-математических наук;

С. В. Куприянова – кандидат сельскохозяйственных наук.

Information about the authors

M. V. Vlasov – Leading Researcher, Candidate of Physical and Mathematical Sciences;

S. V. Kupriyanova – Candidate of Agricultural Sciences.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Все авторы в равной степени несут ответственность при обнаружении плагиата, самоплагиата и других нарушений в сфере этики научных публикаций.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. All authors are equally responsible for detecting plagiarism, self-plagiarism and other ethical violations in scientific publications

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 11.05.2022; одобрена после рецензирования 31.05.2022; принята к публикации 07.06.2022.

The article was submitted 11.05.2022; approved after reviewing 31.05.2022; accepted for publication 07.06.2022.